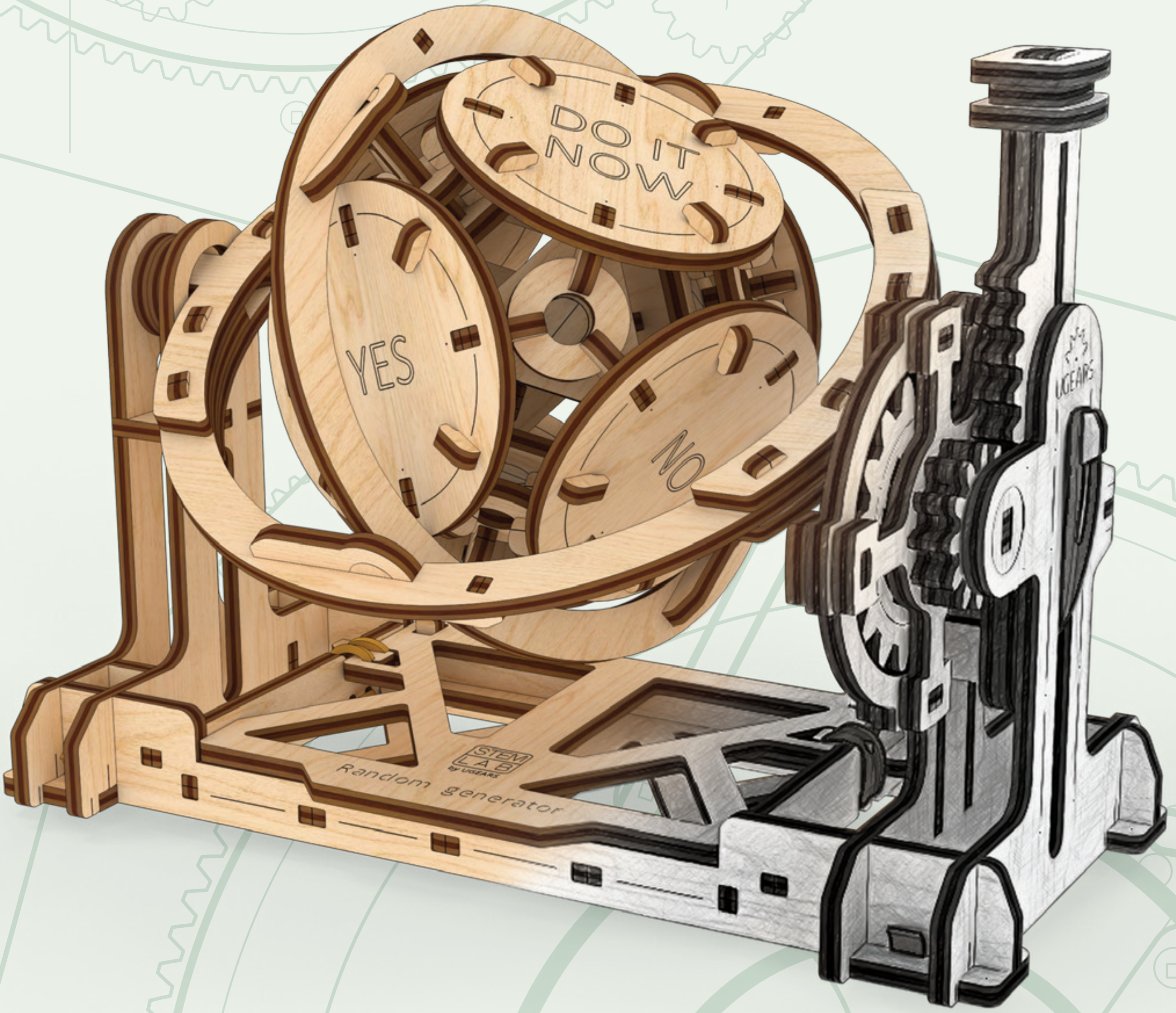
STEM LAB

by UGEARS

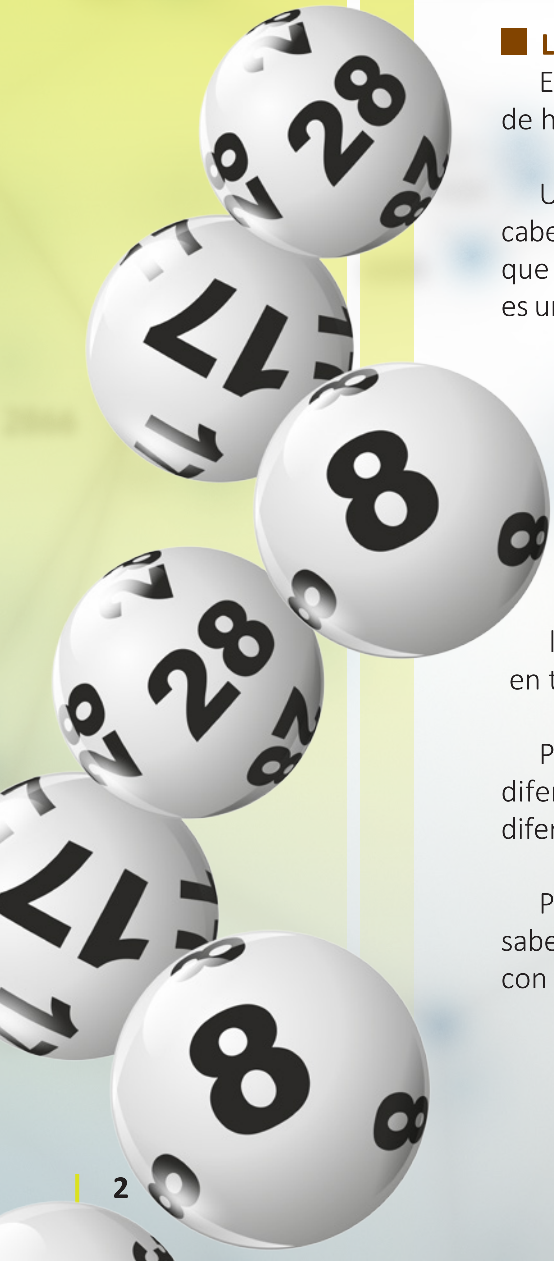
MAQUETA MECÁNICA

GENERADOR ALEATORIO



Manual del joven ingeniero

§1
Introducción



La probabilidad de un evento o aleatoriedad

Echar algo a suerte es una de las maneras más antiguas, simples y extendidas de hacer una elección aleatoria.

Una moneda únicamente tiene dos lados: cara (a menudo representando la cabeza de un personaje conocido) y cruz (el lado opuesto), así que la probabilidad de que toque una de las dos es la misma, es idéntica. Por lo tanto, echar algo a suerte es una manera de seleccionar de forma justa y aleatoria quién gana y quién pierde.

Así, por ejemplo, antes de empezar un partido de fútbol, el árbitro echa a suerte cuál de los equipos inicia el partido.

«Sorteos» son una manera de elegir entre varias personas o concursantes. Cada uno de éstos deposita en un bol u otro recipiente un papel con su nombre. A continuación se selecciona aleatoriamente una de estas «papeletas» para elegir un ganador, establecer una orden secuencial entre los miembros de un grupo o determinar las parejas que deberán enfrentarse en torneos o campeonatos deportivos.

Para rifas como tómbolas, loterías y eventos parecidos pueden utilizarse diferentes elementos: tarjetas o papeletas, palitos de diferente largura o con diferentes marcas, dados, bolas con cifras, etc.

Para comprender un sorteo o sus posibilidades de ganar, en primer lugar deberá saber cómo se calcula la probabilidad de un evento. Por ello vamos a familiarizarnos con los conceptos básicos de la teoría de la probabilidad.

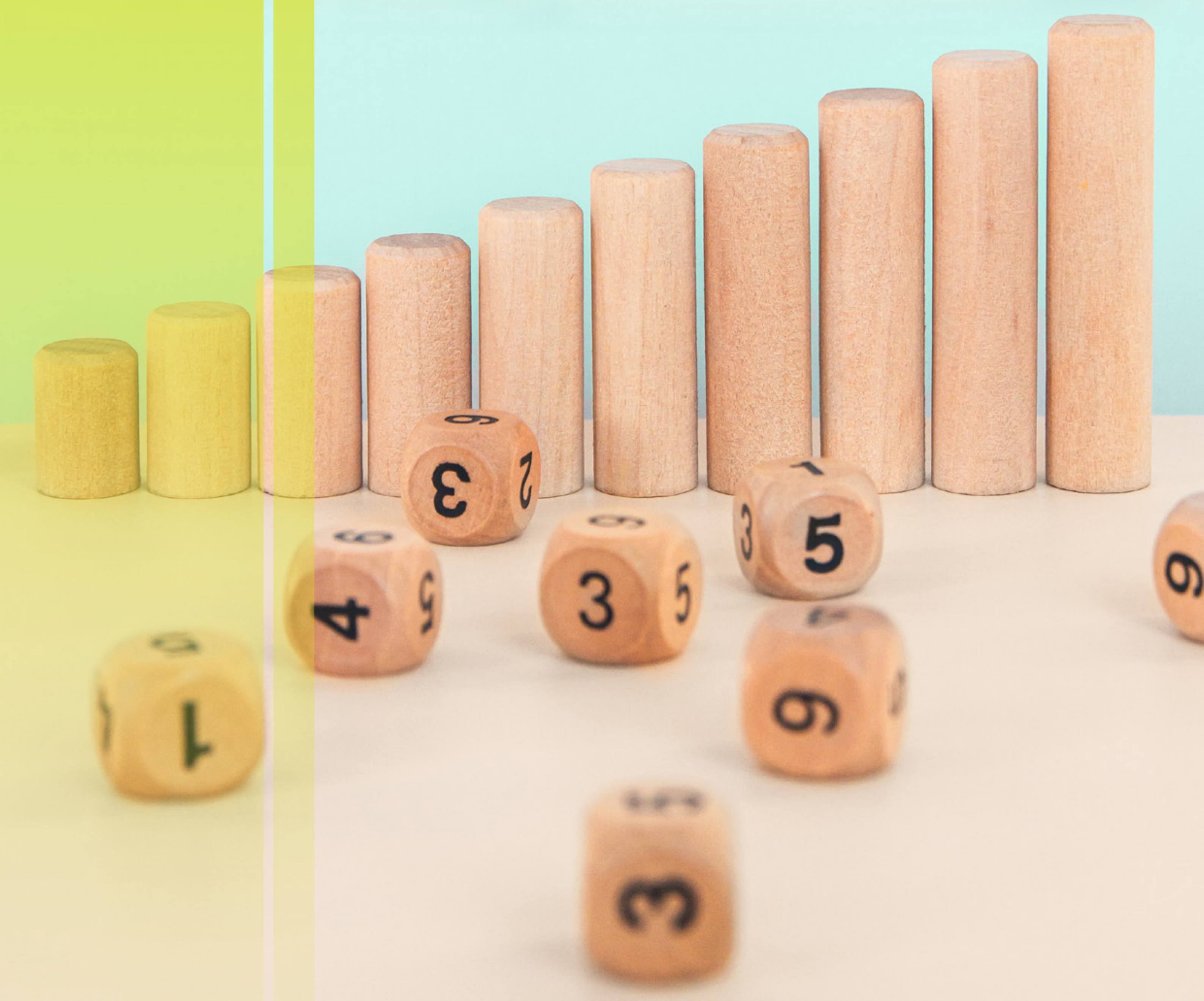
§2 La Historia detrás de la Teoría de la Probabilidad

De hecho, la teoría de la probabilidad es una rama relativamente moderna de las ciencias matemáticas, basándose en el trabajo de matemáticos árabes entre los siglos VIII y XIII.

El desarrollo de la teoría de la probabilidad iba en gran parte paralelo a los empeños por entender el juego al azar. Más tarde se utilizó en investigaciones demográficas, análisis de seguros y otras ciencias aplicadas.

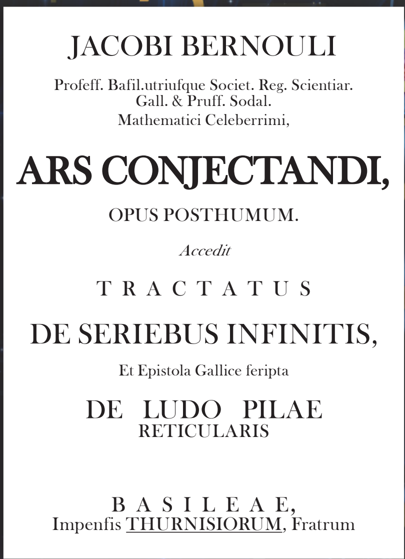
Hoy en día, los principios de la teoría de la probabilidad pueden aplicarse de una u otra manera a prácticamente cualquiera de los campos de la actividad humana.

Uno de los primeros trabajos sobre la teoría de la probabilidad fue «Ars Conjectandi» (El Arte de la conjetura) de Jacob Bernoulli (1713). El matemático suizo propuso una definición clásica de la probabilidad de un evento aleatorio.



*Anteriormente los matemáticos a menudo se tomaron el duro trabajo de meditar sobre números para calcular un resultado probabilístico. Historiadores creen que la muy útil sustitución de «cantidad» por «frecuencia» (es decir, dividir un resultado dado por el total del número de resultados), fue estimulada por consideraciones estadísticas. En especial — y a diferencia que la cantidad — la frecuencia tiende a estabilizarse con el incremento del número de observaciones.

Jacob Bernoulli



JACOBI BERNOULLI

Profeff. Bafil.utriufque Societ. Reg. Scientiar. Gall. & Pruff. Sodal. Mathematici Celeberrimi,

ARS CONJECTANDI,

OPUS POSTHUMUM.

Accedit

TRACTATUS

DE SERIEBUS INFINITIS,

Et Epistola Gallice fcripta

DE LUDO PILAE RETICULARIS

BASILEAE,

Impenfis THURNISIORUM, Fratrum

La obra de Bernoulli

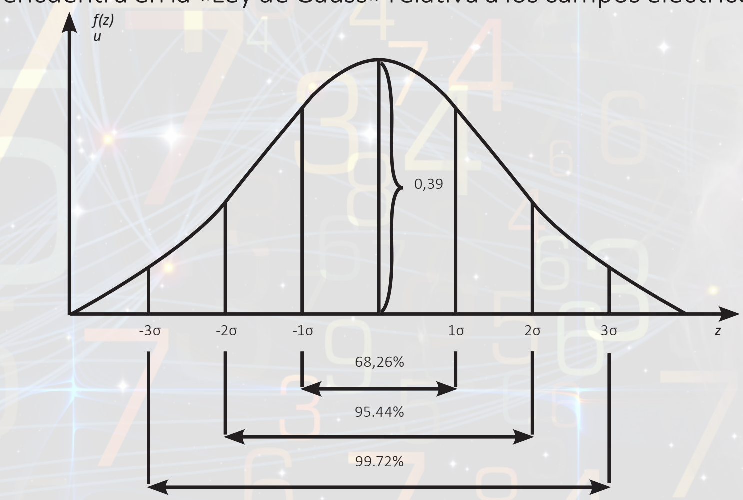
Johann Carl Friedrich Gauss

La definición de la probabilidad tal y como la expuso Bernoulli enseguida obtuvo una aceptación generalizada. Fue reproducida por Abraham de Moivre en su libro «The Doctrine of Chances» (La Doctrina de las Probabilidades) (1718) y retomado por todos los matemáticos posteriores. La clarificación más importante fue que todos los «eventos elementales» son equiprobables. Así lo defendió el matemático francés Pierre-Simon de Laplace en 1812. Bernoulli propuso que, si no fuera posible calcular la probabilidad clásica (por ejemplo por la imposibilidad de identificar eventos equiprobables), se aplicase un método estadístico, es decir, que se estimase la probabilidad sobre la base de los resultados de las observaciones de este evento o de eventos relacionados.

En la primera parte de su obra, Bernoulli reprodujo por completo el tratado de Huygens «Razonamientos sobre los juegos de azar», elogiándolo y complementándolo con sus propios comentarios. Bernoulli expuso en detalle la combinatoria y la empleó para resolver varios problemas de selección aleatoria. En la última parte de su libro, que se quedó inconclusa, Bernoulli presentó consideraciones sobre la aplicación práctica de la teoría de la probabilidad en campos como la economía y otros.

A comienzos del siglo XIX, las aplicaciones prácticas de la teoría de la probabilidad se expandieron considerablemente. También se definió el concepto de la probabilidad para las variables aleatorias continuas, de manera que se consiguió aplicar métodos de análisis matemático a situaciones, en las que existe un continuo infinito de posibles resultados.

Carl Friedrich Gauss, el famoso matemático y físico alemán, hizo una aportación importante al desarrollo de la teoría de la probabilidad. Trabajó constantemente en cálculos relacionados con la astronomía y desarrolló un método probabilístico para tratar mediciones con errores de observación (1809). Describió la última versión de la teoría en su obra «Teoría de la Combinación de Observaciones sujetas al menor Error» (1823, 1828). Su contribución a la teoría de la probabilidad se encuentra en la «Ley de Gauss» relativa a los campos eléctricos.



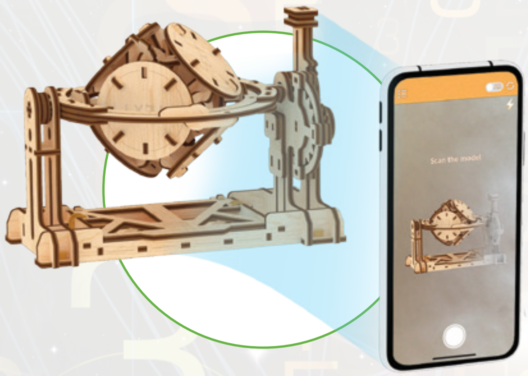
La curva de la función de densidad de probabilidad de la distribución normal y el porcentaje de la variable aleatoria, que coincide en los segmentos iguales a la desviación estándar.

Experiencia única de RA y uso en la vida real

1 Escanee el código QR para descargar la app

2 Abra la aplicación

3 Enfoque y alinee la imagen de la pantalla con la maqueta



4 Interactúe en RA

Una maqueta mecánica STEM-Lab de Ugears es una guía interactiva para conocer el funcionamiento de un mecanismo.

Monte el GENERADOR ALEATORIO y aprenda sus fundamentos y principios de funcionamiento.

Utilice la aplicación AR que le llevará al mundo de la Realidad Aumentada. Enfoque la cámara de su teléfono móvil o su tablet en el modelo montado y descubra cómo el mecanismo se utiliza en la vida real. Interactúe con el modelo en la pantalla cambiando los ángulos visuales, y aprenda cómo el GENERADOR ALEATORIO llega a sus diferentes resultados (“respuestas aleatorias” a sus preguntas).

UGEARS

ANDROID APP ON Google play

Available on the iPhone App Store

¡Aproveche nuestro Servicio ilimitado!
Si tiene dudas sobre el montaje de la maqueta, estamos a su disposición para proporcionarle la ayuda necesaria y sugerir las mejores soluciones. Nuestro servicio de atención al cliente 24/7 admitirá y atenderá su solicitud con rapidez y profesionalidad.

Atención al cliente: customerservice@ugearsmodels.com

§3

Determinar la probabilidad de un evento y generación de números aleatorios

Para comprender la teoría de la probabilidad y cómo utilizarla en la práctica hay que tener en cuenta el principio de la probabilidad de un evento.

Si el evento es imposible, su probabilidad es 0.

Si el evento es inevitable (un evento cierto), su probabilidad es 1.

Si el evento no es ni cierto ni imposible, su probabilidad está entre 0 y 1.

Cuando decimos que un evento es improbable (por ejemplo ganar un elevado importe de dinero en la lotería), significa que la probabilidad de que este evento ocurra está cerca de cero. En este caso, probablemente tendría que hacer muchos intentos para que el evento ocurra.

Si en cambio la probabilidad de un evento es alta (por ejemplo que un huevo tenga una yema y no dos), su probabilidad se encuentra cerca de uno. En la mayoría de las veces, este evento ocurre — usted abre el huevo y encuentra una yema. Sólo en casos muy raros tendrá dos.

La probabilidad de todos los eventos puede describirse con un número entre 0 y 1.

Así, la probabilidad de que una vez echada la moneda le toque cara es de 0,5. Igualmente es 0,5 la probabilidad de que le toque cruz, ya que no hay ningún otro resultado posible.

Examinemos con más detalle el dado y averigüemos la probabilidad con la que una de las seis caras del cubo queda hacia arriba. Por definición, la probabilidad de este evento es 1/6 o 0,167.

¿Pero cómo se determina el número que describe la probabilidad de un evento?

Tenga en cuenta los ejemplos arriba mencionados — la moneda y el dado. Ambos son cuerpos perfectamente simétricos (por lo que los eventos elementales son equiprobables).

Sabemos con certeza que la moneda lanzada al aire va a caer (así que la probabilidad de este evento es 1). Asimismo sabemos que va a caer en uno de sus dos lados (cuál de ellos no importa). Dado que dos eventos — cara o cruz — son equiprobables, se divide 1 entre dos y resulta para este evento la probabilidad de 0,5.

De la misma manera sabemos que un dado echado acabará parado en una de sus caras. La probabilidad de que una de las seis caras (con las correspondientes cifras de 1 a 6) quede hacia arriba es 1. Como todos los eventos o resultados son igual de probables (el cubo es simétrico), dividimos 1 entre 6 y obtenemos la probabilidad de 1/6 o 0,167.

Este valor significa que la probabilidad de que un determinado número (por ejemplo la cara con la cifra 3) quede hacia arriba es 0,167. ¿Pero qué uso práctico tiene este número (el valor calculado de la probabilidad de un evento)?

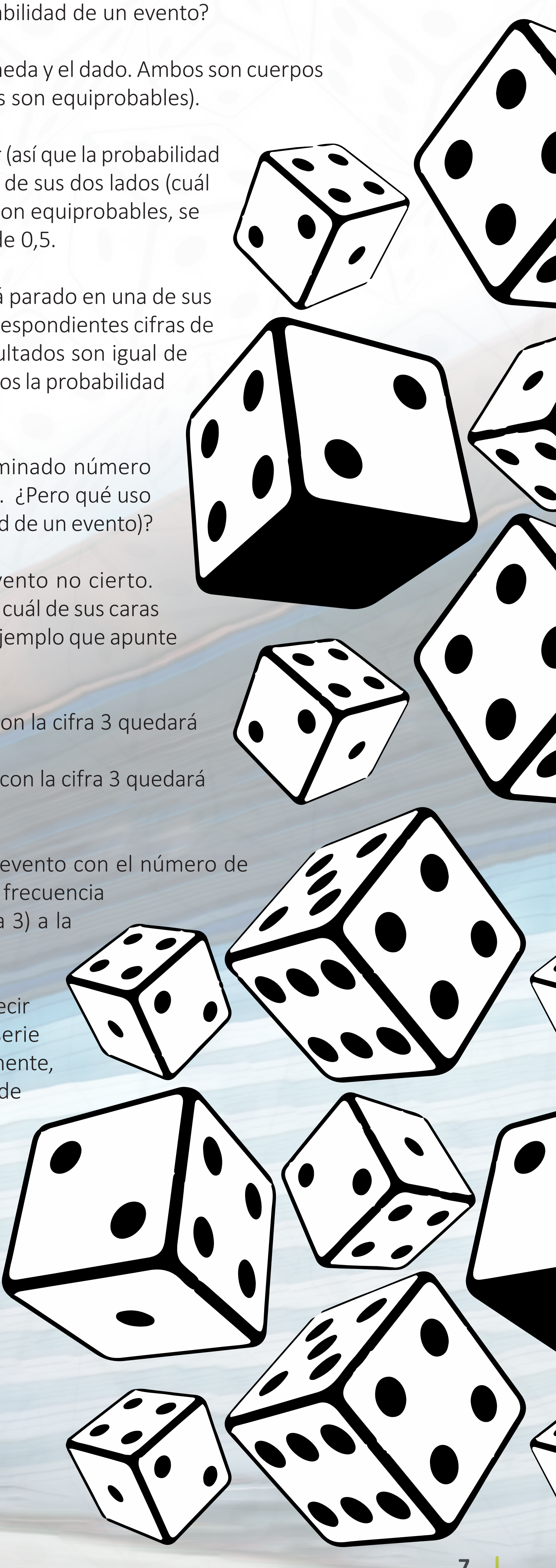
Es imposible predecir con certeza el resultado de un evento no cierto. Cuando tiramos un dado, nunca podemos saber de antemano, cuál de sus caras va a quedar hacia arriba. Si elegimos un evento aleatorio, por ejemplo que apunte hacia arriba la cara con la cifra 3, podemos decir lo siguiente:

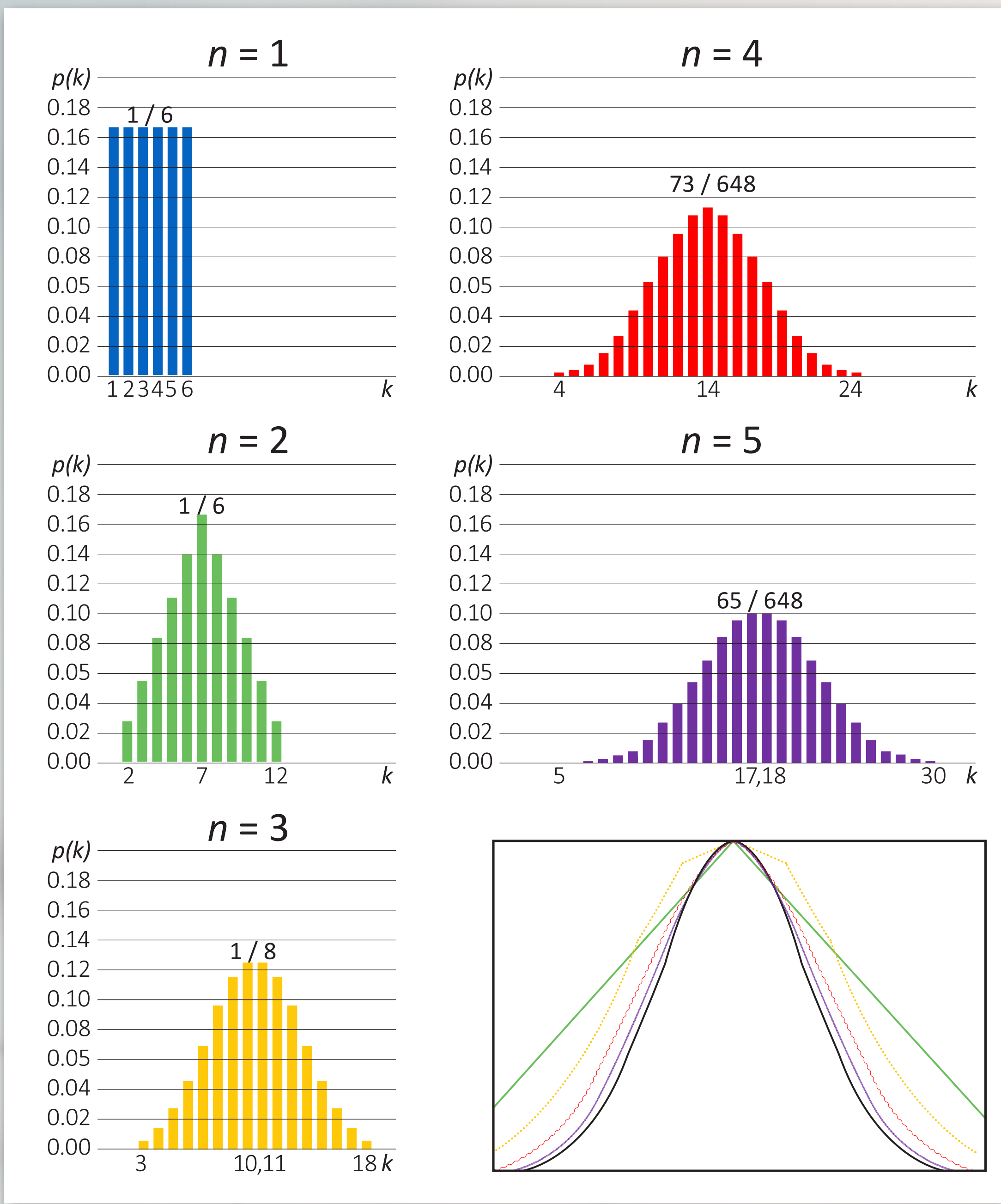
- Si tiramos el dado 100 veces, por término medio la cara con la cifra 3 quedará hacia arriba 17 veces.
- Si tiramos el dado 1000 veces, por término medio la cara con la cifra 3 quedará hacia arriba 167 veces, etc.

Únicamente tenemos que multiplicar la probabilidad del evento con el número de intentos. Cuantos más intentos hagamos, más se acercará la frecuencia observada (el número de veces que salga la cara con la cifra 3) a la probabilidad teórica.

Gracias a la teoría de la probabilidad también se puede predecir la probabilidad de varios resultados en caso de haber una serie de eventos que ocurren de forma consecutiva o simultáneamente, siempre que la probabilidad de cada uno de ellos es conocida de antemano.

De esta manera, monedas, dados u otros dispositivos mecánicos permiten realizar un sorteo justo — para elegir una persona o un equipo entre muchas opciones.





Otros dispositivos mecánicos pueden utilizarse para generar números aleatorios. En los sistemas informáticos modernos se suelen utilizar chips especiales para este fin. Estos chips generan números seudo-aleatorios dentro de cualquier rango (por ej. entre 1 y 100 o 1 y 1 millón) y lo hacen además muy rápido (literalmente en milisegundos). Los números seudo-aleatorios no son números verdaderamente aleatorios, ya que se determinan mediante un algoritmo informático, pero estadísticamente su distribución no se puede distinguir de los verdaderos números aleatorios.

§4 El Generador Aleatorio de UGEARS y su uso práctico

El Generador Aleatorio de UGEARS es un modelo mecánico que puede utilizarse para generar aleatoriamente respuestas a preguntas simples. El dispositivo comprende un octaedro con seis vértices. En cada uno de ellos se encuentra un disco con una de las siguientes inscripciones: SÍ, NO, MÁS TARDE, INTÉNTELO DE NUEVO, HÁGALO AHORA MISMO, MEJOR NI SE LO DIGO. Puede utilizarse como un divertido dispositivo aconsejador o de predicción del porvenir, parecido al popular juguete para niños «Magic 8-Ball».

Como los discos en los vértices tienen idéntico tamaño y peso y se encuentran localizados simétricamente con respecto a su centro de masas, cualquiera de las inscripciones puede salir con idéntica probabilidad.

No olvide que para determinar el número de veces que un evento ocurre durante un determinado número de intentos tiene que multiplicar la probabilidad del evento por el número de intentos hechos.

Así, por ejemplo, durante una serie de 60 intentos con el Generador Aleatorio de UGEARS, la respuesta SÍ aparecerá por término medio 10 veces. Si se hacen 600 intentos, la inscripción SÍ por término medio aparecerá 100 veces, etc. Además, cuanto más intentos se hagan, menor resulta la discrepancia entre la frecuencia observada y la probabilidad teórica.

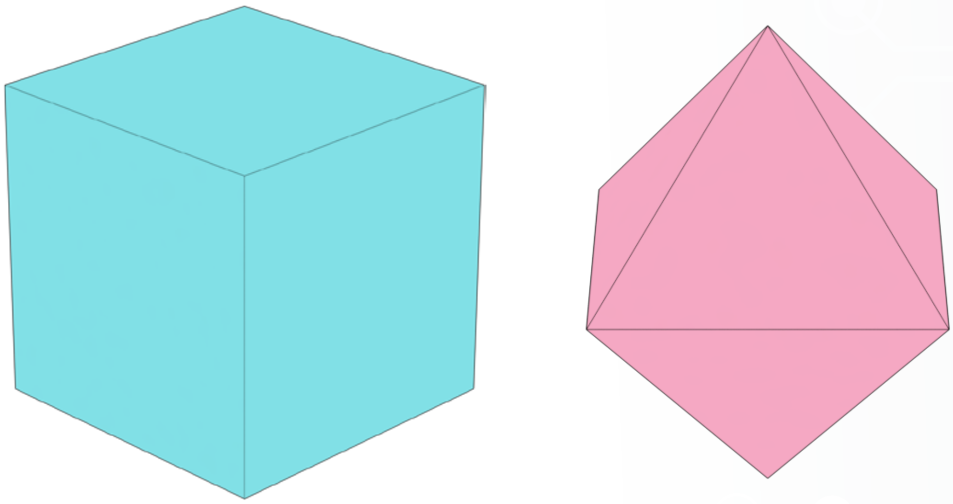
Volvamos al concepto de la probabilidad y averigüemos la probabilidad con la que sale cualquiera de los seis vértices del octaedro. Sabemos que por la influencia de la gravedad es seguro que alguno de los vértices saldrá, por lo que la probabilidad de este evento es 1.

Como el octaedro es simétrico y tiene la capacidad de rotar libremente alrededor de su centro de gravedad, la probabilidad de salir de cualquiera de los vértices es igual. De esta manera, para averiguar la probabilidad de que salga un determinado vértice, tenemos que dividir 1 entre 6. Como resultado obtenemos una probabilidad de 1/6 o 0,167.

Para saber cómo funciona el dispositivo, tendremos que dedicarnos a la geometría.

Miremos dos poliedros regulares: un cubo y un octaedro.

Un cubo es un poliedro regular y todas sus caras son cuadradas. Tiene 6 caras que forman 8 vértices.
Un octaedro es un poliedro regular y todas sus caras son triángulos equiláteros. Tiene 8 caras que forman 6 vértices. (véase Fig. 1)



Cubo Octaedro

Fig. 1

Un cubo y un octaedro son duales entre sí. Si marcamos los centros de las caras cuadradas del cubo, estos puntos serán los vértices del octaedro inscrito. Si por el contrario marcamos los centros de las caras triangulares del octaedro, estos puntos serán los vértices del cubo inscrito (véase Fig. 2).

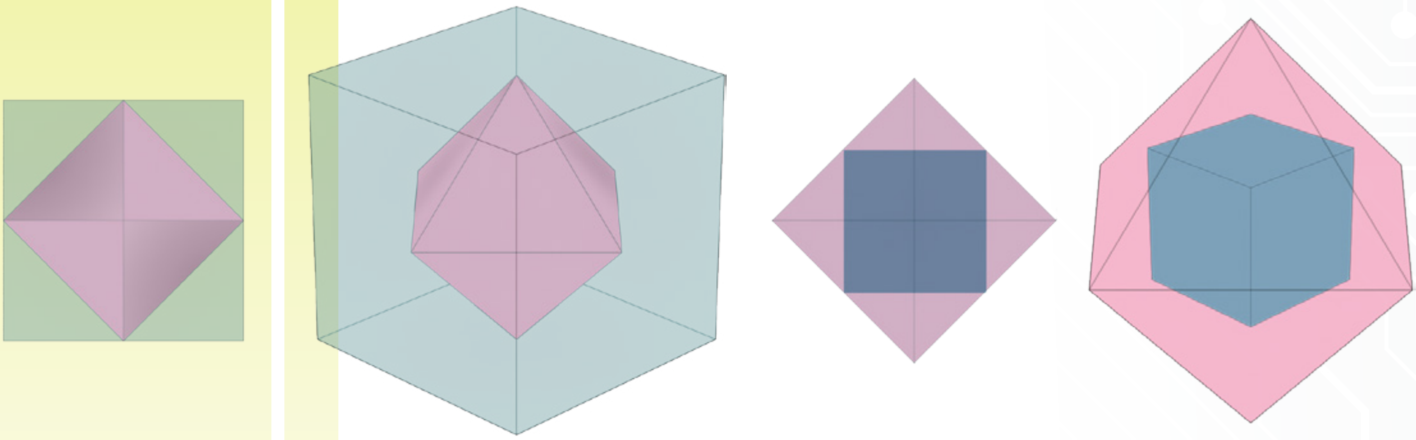


Fig. 2

Imagínese un octaedro hueco. Construyamos este octaedro de un material ligero (por ejemplo madera) y coloquemos en su interior una bola de hierro pequeña pero pesada. El peso de esta bola es bastante superior al peso del octaedro, mientras que el tamaño de la bola es bastante menor que el hueco interior del octaedro.

Miremos ahora el diseño del Generador Aleatorio de UGEARS. En su interior se encuentra un octaedro con un elemento de peso (bola de hierro). Esta bola es más pequeña que el octaedro, por lo que puede rodar libremente en su interior cuando el octaedro da vueltas. Al poner en marcha el octaedro, la bola rebota en el interior hasta que finalmente se para en uno de los seis vértices huecos del octaedro (formados por las paredes de las caras adyacentes).

En este punto, la bola alcanza una posición estable en el espacio y dentro del octaedro. En consecuencia, el octaedro va parando bajo la influencia de la gravedad y el vértice con la bola queda en el lado que apunta hacia abajo.

Una suspensión cardán (un soporte pivotado que permite la rotación de un objeto alrededor de un eje) permite que, después de recibir un fuerte impulso (mediante una palanca especial), el octaedro gire libremente.

El fuerte impulso hace girar el octaedro y la bola de metal puede moverse libremente en su interior. Cuando la fricción supera la inercia y se va ralentizando el giro del dispositivo, la bola se para en uno de los vértices (selección aleatoria) y este vértice quedará orientado hacia abajo, tal y como lo hemos descrito más arriba. El vértice en el lado opuesto con su disco con la inscripción aparece entonces en el lado superior del dispositivo y da la respuesta generada aleatoriamente a la pregunta.

Examinemos más detenidamente los principios mecánicos de la suspensión cardán. Como sabrá, un cuerpo libre tiene 6 grados de libertad en el espacio: 3 grados de movimiento libre a lo largo de 3 ejes (x, y, z) y 3 grados de rotación libre alrededor de estos ejes. Estos ejes podrán posicionarse arbitrariamente en el espacio, pero deben ser perpendiculares entre sí.

Para que el octaedro gire libremente en el espacio, simplemente tendrá que darle la posibilidad de girar alrededor de tres ejes perpendiculares entre sí, y estos ejes de giro deberán pasar por su centro de masas (que coincide con el centro geométrico). De lo contrario, el peso del octaedro en la parte superior del eje de rotación y el peso del octaedro que se encuentra por debajo del eje serían diferentes y la gravedad impediría el giro libre alrededor de uno o más ejes.

Para que el octaedro pueda girar alrededor de un eje, deberá instalarlo en un marco entre dos bisagras pivotantes (véase Fig. 3), de manera que el eje de giro de ambas bisagras sea el mismo y pase por el centro de gravedad del octaedro.

¡Enhorabuena! ¡Hemos hecho que el octaedro gire libremente alrededor del primer eje!

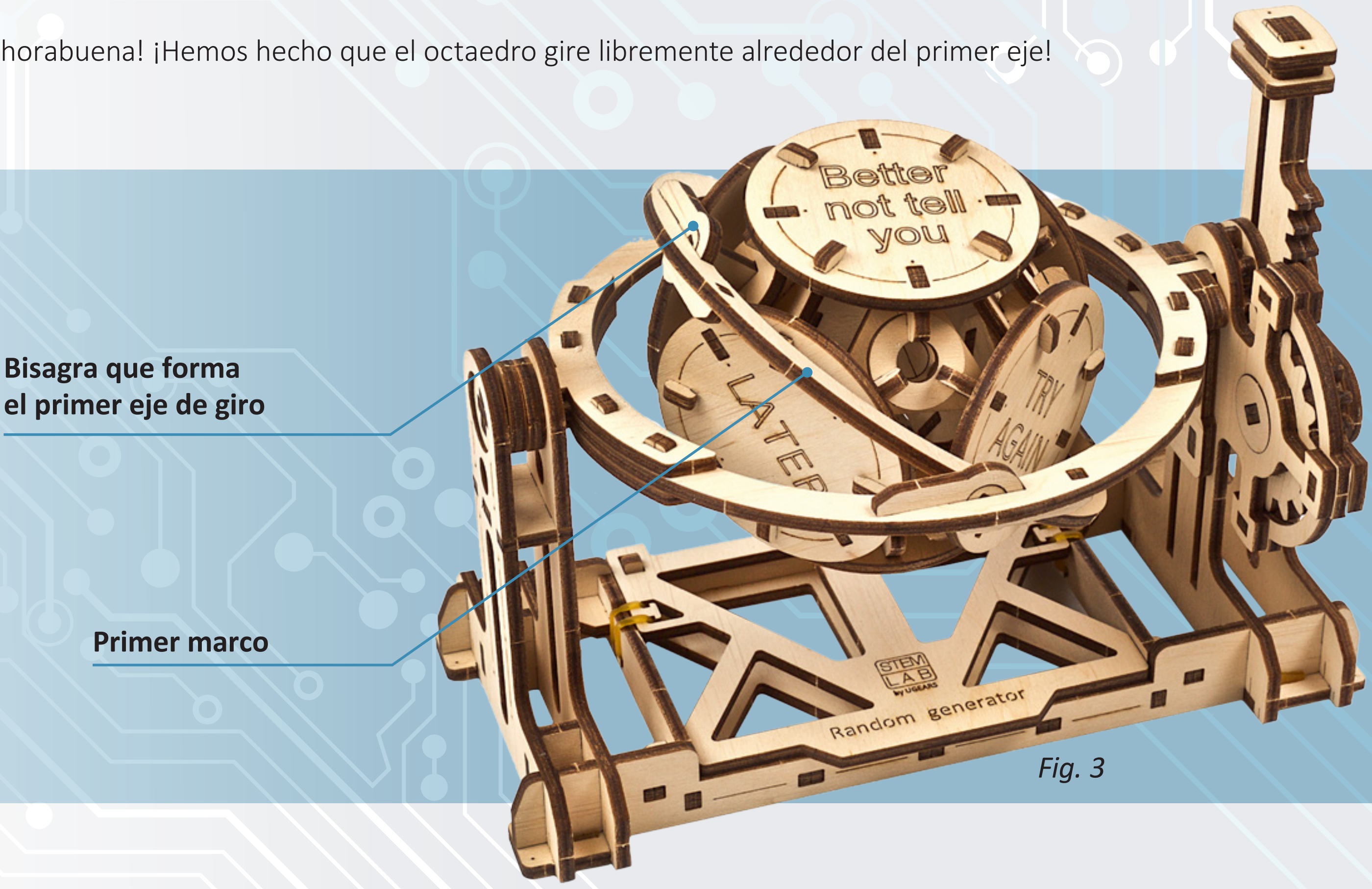


Fig. 3

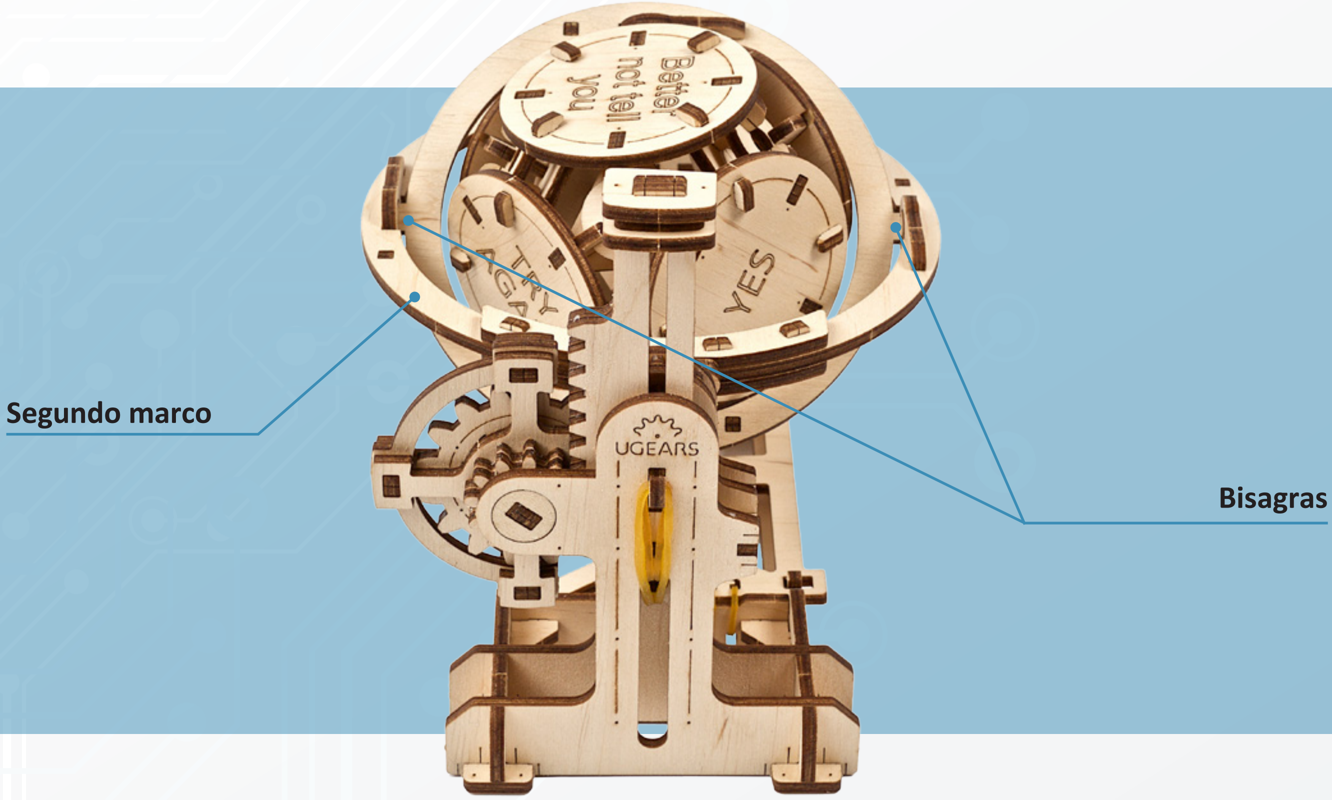


Fig. 4

¿Pero cómo podrá conseguir que el octaedro gire simultáneamente alrededor de otro eje?

Pues, para ello deberá colocar el primer marco en el segundo marco juntando ambos con bisagras pivotantes, de tal manera que el eje de rotación de este segundo par de bisagras sea el mismo y pase también por el centro de gravedad del octaedro (véase Fig. 4). Tenga en cuenta que este segundo eje de giro debe encontrarse en un ángulo de 90º con respecto al primero.

Para que el octaedro pueda girar alrededor de un tercer eje (perpendicular a los primeros dos ejes), deberá unir de la misma manera el segundo marco con un tercero, usando nuevamente bisagras pivotantes, cuyo eje de rotación pase por el centro de gravedad del octaedro y se encuentre en un ángulo de 90º con respecto a los otros dos ejes (véase Fig. 5).

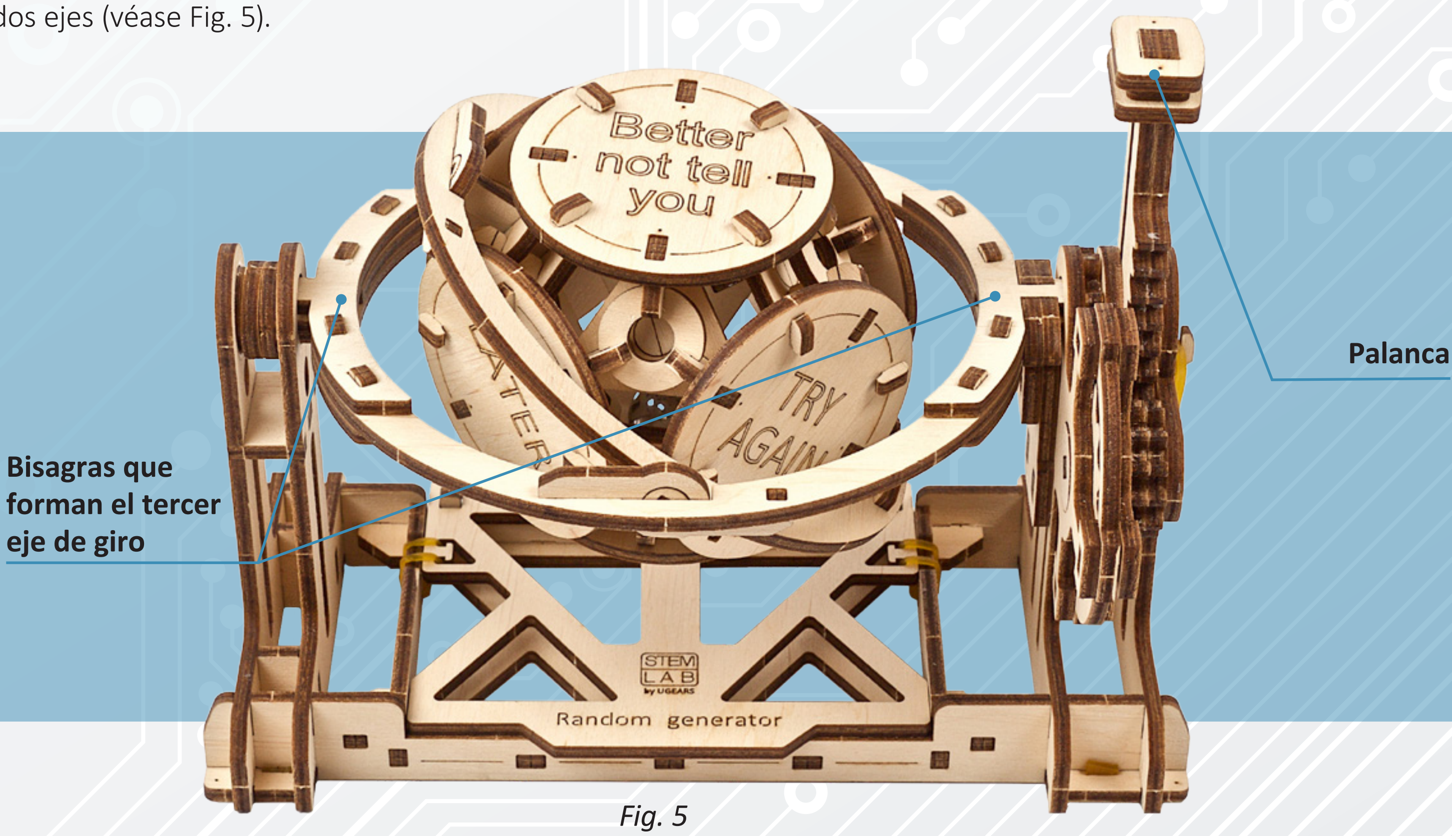


Fig. 5

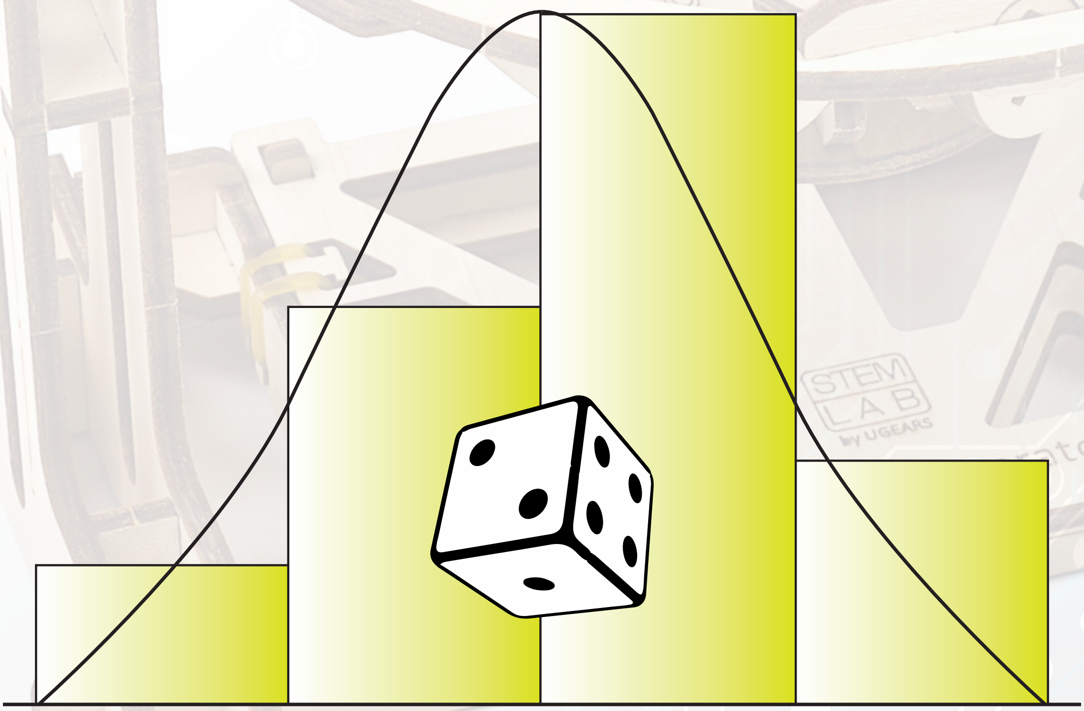
De esta manera el Generador Aleatorio de UGEARS quedará construido de tal manera, que el octaedro hueco pueda girar libremente en el espacio alrededor de tres ejes perpendiculares entre sí.

Para poner el octaedro en marcha, simplemente presione la palanca especial (véase Fig. 8). Esta usa un engranaje para que se realice una rotación muy rápida del segundo marco alrededor del tercer eje de rotación. Este fuerte impulso inicial hace girar el octaedro simultáneamente alrededor de los tres ejes.

Cuando la fricción supera la inercia, el octaedro va parando en cualquier orientación especial. El peso de la bola de metal que queda en uno de los seis vértices, garantiza que siempre haya uno de los vértices del octaedro que apunte hacia abajo.

Dado que los seis ejes de giro pasan por el centro de gravedad del octaedro, la probabilidad con la que la bola pare en cualquiera de los vértices es igual para todos, las seis «respuestas» o discos con inscripciones tienen la misma posibilidad de acabar apuntando hacia arriba.

¡Enhorabuena! ¡Ahora sabe cómo calcular la «probabilidad de eventos» y cómo funciona el Generador Aleatorio de UGEARS!



§6

Compruebe sus conocimientos

TEST

1. ¿Qué indica la probabilidad numérica de un evento?

☐ a) El número de intentos necesarios para que ocurra un evento aleatorio.
☐ b) La relación entre el número esperado de veces que ocurre un evento y el número de intentos hechos.
☐ c) El número de veces que el evento ocurre.

2. ¿Cuál es el rango de la probabilidad de un evento?

☐ a) De 0 a 10
☐ b) De -1 a 1
☐ c) De 0 a 1

3. ¿Cuál es la probabilidad de un evento imposible?

☐ a) 0
☐ b) 1
☐ c) 10

4. Conociendo el número de intentos y la probabilidad de este evento, para calcular por encima el número de veces que un evento aleatorio pueda ocurrir, hay que

☐ a) Sumar el número de intentos y la probabilidad del evento.
☐ b) Dividir el número de intentos entre la probabilidad del evento.
☐ c) Multiplicar el número de intentos por la probabilidad del evento.

Tarea 1.

Imagínese que el octaedro del Generador Aleatorio de UGEARS se sustituye por un icosaedro (un poliedro regular con 20 caras equilateralmente triangulares y 12 vértices) (véase Fig. 6)

¿Cuántas diferentes respuestas podría dar este tipo de dispositivo?

¿Qué probabilidad existe de obtener una determinada respuesta?

Tarea 2.

Imagínese un dado en forma de icosaedro. Al tirar este dado, una de las caras acabará apuntando hacia arriba. Cada cara del icosaedro tiene su propio número (sin que se repitan), empezando con uno (1, 2, 3, ...). ¿Qué probabilidad existe de que la cara con el número 1 apunte hacia arriba?

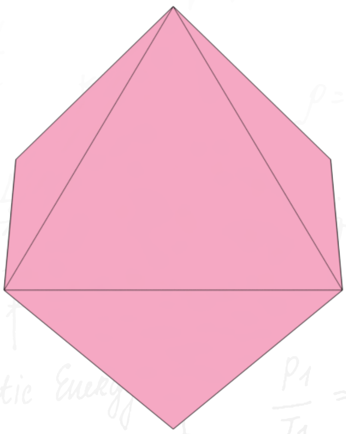


Fig. 6

¡Enhorabuena! ¡Lo ha conseguido!

Gracias por acompañarnos en esta aventura. Esperamos que se haya divertido y haya aprendido un par de cosas.